Klasse B12T5
3. Schulaufgabe aus der Mathematik am 05.05.2010

Analysis

1.0 Gegeben ist die reelle Funktionen $f : x \mapsto \dfrac{\ln(ex^2)}{x}$ in der maximalen Definitionsmenge $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

1.1 Untersuchen Sie den Graphen von f auf Symmetrie und bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f. [3]

1.2 Berechnen Sie die erste und die zweite Ableitung der Funktion f. [5]
[mögliches Teilergebnis: $f'(x) = \dfrac{1-\ln(x^2)}{x^2}$]

1.3 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte der ersten Ableitung $f'(x)$ für $x \to 0$
Ermitteln Sie das Verhalten von $f'(x)$ für $x \to \infty$ und beschreiben Sie, welchen Einfluss das Ergebnis auf den Graphen der Funktion f hat. [5]

1.4 Ermitteln Sie die Koordinaten und die Art der relativen Extrempunkte sowie die Koordinaten der Wendepunkte des Graphen der Funktion f. [9]

1.5 Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse die Graphen von f und f' für $-3 \le x \le 3$.
Verwenden Sie auch $f'(0{,}75)$, sowie geeignete Funktionswerte. (Auf beiden Achsen: 1LE = 2cm) [8]

1.6 Erläutern Sie, wie man aus dem Graphen von f' die Abszisse des Wendepunktes des Graphen von f ermitteln kann. (Kurze Begründung !) [3]

2.1 Zeigen Sie, dass F mit $F(x) = [\ln(x)]^2 + \ln(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$, eine Stammfunktion von f für $x > 0$ ist. [3]

2.2 Begründen Sie kurz, dass sich die Graphen von f und f' an der Stelle $x_0 = 1$ schneiden.
Beide Graphen begrenzen zusammen mit der positiven x-Achse ein endliches Flächenstück.
Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhaltes. [7]

2.3 Die Maßzahl des in Aufgabe 2.2 berechneten Flächenstück lässt sich auch durch ein Dreieck abschätzen, dessen Eckpunkte auf den Graphen liegen. Zeichnen Sie dieses Dreieck ein und berechnen Sie die Flächenmaßzahl dieses Dreiecks sowie die prozentuale Abweichung. [4]

Analytische Geometrie

3.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind Punkte A(0|1|1), B(4|–3|5), C(2|2|0) und $S_k(8k|7-k|k)$ mit $k \in \mathbb{R}$, sowie die Ebene F: $2x_1 + 2x_2 - x_3 - 24 = 0$

3.1 Begründen Sie, dass die Punkte A, B und C eine Ebene E festlegen. Stellen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalform auf und beschreiben Sie ihre besondere Lage im Koordinatensystem.
(Mögliches Ergebnis: E: $x_2 + x_3 - 2 = 0$) [6]

3.2 Die Punkte S_k bilden zusammen mit den Punkten A, B und C eine Pyramide.
Berechnen Sie die Maßzahl ihres Volumens und folgern Sie daraus die Lage der Punkte S_k bezüglich der Ebene E. [5]

3.3 Bestimmen Sie die Gleichung der Schnittgerade s der Ebenen E und F, sowie den Winkel, unter dem sich beide Ebenen schneiden. [6]

3.4 Der Punkt P ist der Punkt auf der Ebene F, der vom Punkt C den geringsten Abstand hat.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P, sowie seinen Abstand d vom Punkt C. [5]

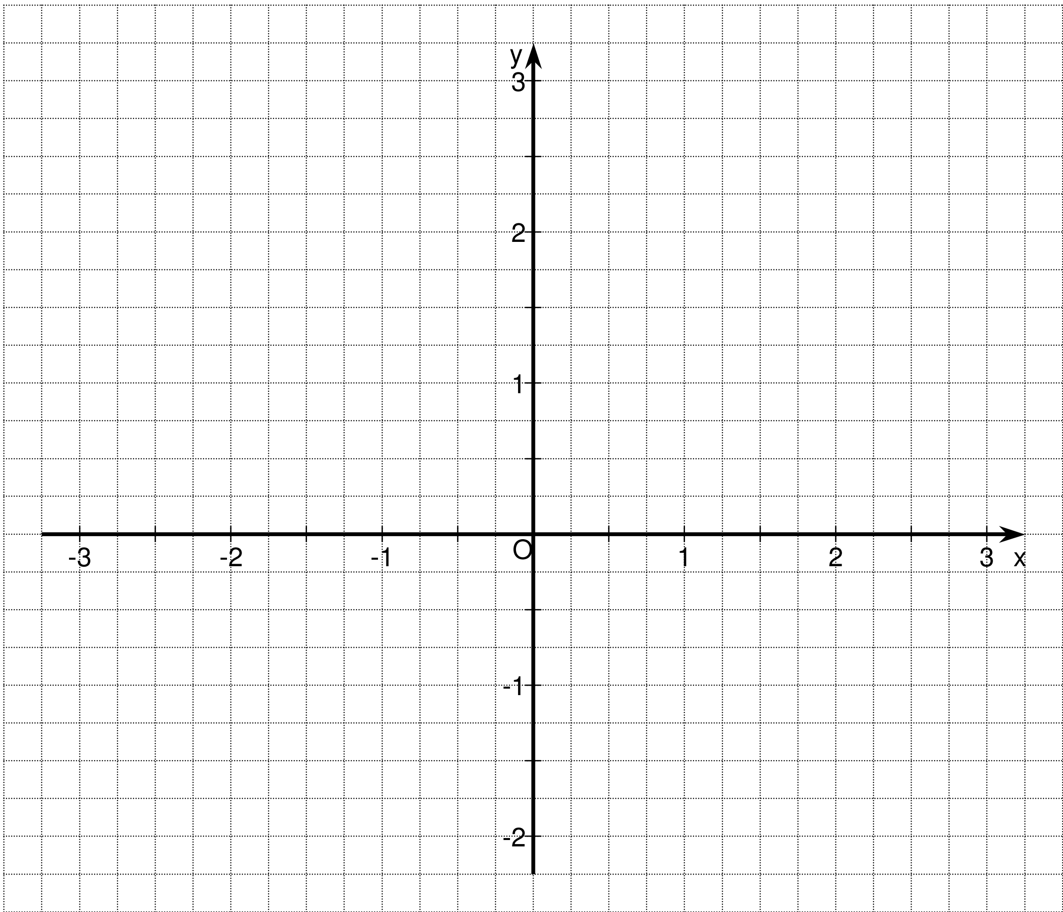
NP

Klasse B12T5

3. Schulaufgabe aus der Mathematik am 5.5.2010

Name: ....

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	Summe
														BE



NP

Klasse B12T5
3. Schulaufgabe aus der Mathematik am 5.5.2010
Name: ....

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	Summe
														BE